

Problemløsning i matematikk

Problemløsning er sentralt i matematikkfaget, og det første av kjerneelementene i læreplanen er *utforskning og problemløsning*. Til tross for at dette er (og alltid har vært) sentralt i faget, så er det likevel ofte en del uklarheter i begrepsbruken. Vi kan snakke om problemer, oppgaver, problemløsningsoppgaver, rike oppgaver, LIST-oppgaver osv.

Matematikkfaget i skolen dreier seg ofte om oppgaver som elevene blir stilt overfor. Oppgaver i matematikk kan være av ulike typer, og de kan formuleres på ulike måter. Noen oppgaver blir presentert som utfyllingsoppgaver av denne typen:

$$1+2=_$$

$$2+3=_$$

$$3+4=_$$

Andre ganger blir oppgavene presentert som tekstoppgaver. Et eksempel på dette kan være:

Noen påsto en gang at det var 204 kvadrater på et vanlig sjakkbrett. Stemmer det?

Noen oppgaver inneholder figurer eller symboler som skal representere for eksempel antall, mengder eller størrelser. Oppgavene kan være *åpne* eller *lukkede*. Det første eksemplet med utfyllingsoppgaver ovenfor er et eksempel på lukkede oppgaver, mens tekstoppgaven med sjakkbrettet kan betegnes som en mer åpen oppgave. I mange lærebøker vil oppgavesett innledes ved at lærebokforfatterne viser et eksempel som inkluderer utregning, og måten oppgaven presenteres på ha betydning for hvor krevende elevene opplever oppgavene.

Dersom en oppgave gir elevene muligheter til å bruke ulike strategier og fremgangsmåter, vil vi ofte omtale oppgavene som *rike*. Såkalte LIST-oppgaver vil ofte omtales som rike oppgaver, men LIST-oppgavene er også kjennetegnet ved at de krever lite forkunnskaper (LIST står for *Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde*). Tekstoppgaven med sjakkbrettet ovenfor kan betegnes som en slik oppgave. For å komme i gang med denne oppgaven, kreves det egentlig bare at du kan kombinere de kvadratiske rutene i et vanlig sjakkbrett og telle hvor mange muligheter du får. Det er selvsagt en fordel å være systematisk, men oppgaven handler ikke bare om telling. Den gir store muligheter for utforskning og generalisering. Takhøyden er med andre ord stor. Hvis denne oppgaven presenteres uten noen indikasjon på hvordan en bør gå frem for å løse den, og hvis oppgaven er foreløpig ukjent for de som skal løse den, så vil vi ofte si at denne oppgaven er et *problem* (eller en *problemløsningsoppgave*). Strengt tatt vil vi ofte si at et matematisk *problem* er en oppgave der løsningen og løsningsmetoden ikke er gitt for de som skal løse den. (Dersom en person som står overfor denne oppgaven kjenner til oppgaven eller løsningsmåten fra før, så vil jo ikke dette være et problem for denne personen.) En og samme oppgave kan altså i matematikk omtales som en *oppgave*, en *åpen oppgave*, en *rik oppgave*, en *LIST-oppgave*, en *problemløsningsoppgave* eller et matematisk *problem*. Selv om vi altså kan møte ulike

begreper, så er det som regel enighet om hva problemløsning i matematikkundervisningen handler om.

Læreplanen beskriver det på denne måten i kjerneelementene:

Problemløsning i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før.

Dette er én måte å se det på, men det er ikke nødvendigvis slik at elevene må utvikle en ny metode for at vi skal kalle det for problemløsning. Like ofte handler det om å bruke kjente løsningsmetoder eller algoritmer på nye måter for å løse et problem en ikke kjenner fra før. Ofte kan det være lurt å utforske spesialtilfeller av problemet før en forsøker å generalisere. I problemet med sjakkbrettet, kan en for eksempel starte med å se på hvor mange kvadrater med størrelsen $1 \cdot 1$ en kan finne, og det er jo 64. Så kan en gå videre og utforske kvadrater med størrelsen $2 \cdot 2$. Etter å ha utforsket dette videre, kan en etter hvert forsøke å generalisere.

Matematikeren George Polya hevdet at problemløsning i matematikk kan deles inn i fire faser:

1. Forstå problemet
2. Lage en plan for å løse problemet
3. Utføre planen
4. Se tilbake

Selv om disse fire fasene kan virke selvsagte, så vil en ofte bli overrasket over hvor effektivt det kan være å tilnærme seg problemet med utgangspunkt i disse fire fasene. Prøv selv med utgangspunkt i problemet med sjakkbrettet!